SEMESTRAL

UNI





academiacesarvallejo.edu.pe

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Gráfica de funciones I

Docente: Phflucker H. Coz

academiacesarvallejo.edu.pe

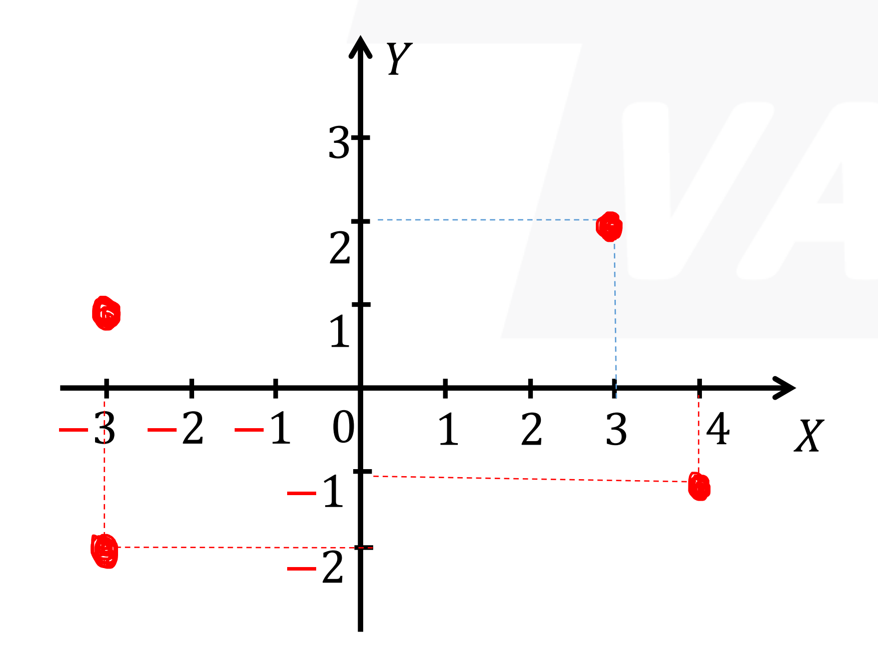
GRÁFICA DE FUNCIONES

La gráfica de una función f es la representación de todos sus pares ordenados (x,y) de la función en el plano cartesiano.

$$Graf\ (f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x \in \mathrm{Dom}f\ \wedge\ y = f(x)\}$$

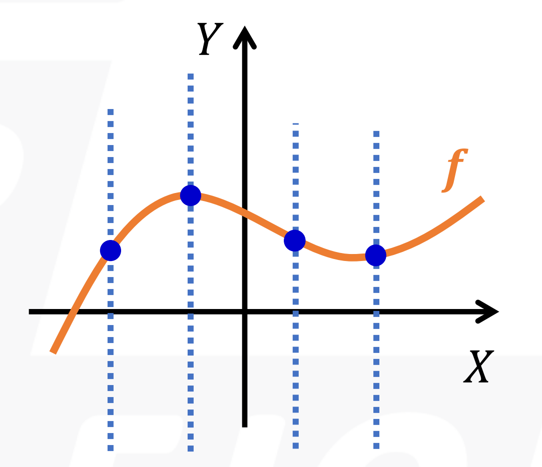
Ejemplo

Grafique $f = \{(3;2);(4;-1);(-3;-2);\ (-3;1)\}$

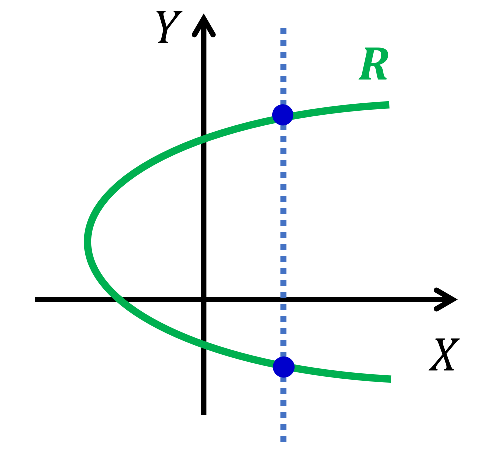


Propiedad

Una gráfica corresponde a una función, si al trazarle rectas verticales, estas la intersecan a lo más en un solo punto.



La gráfica de f sí corresponde a una función.

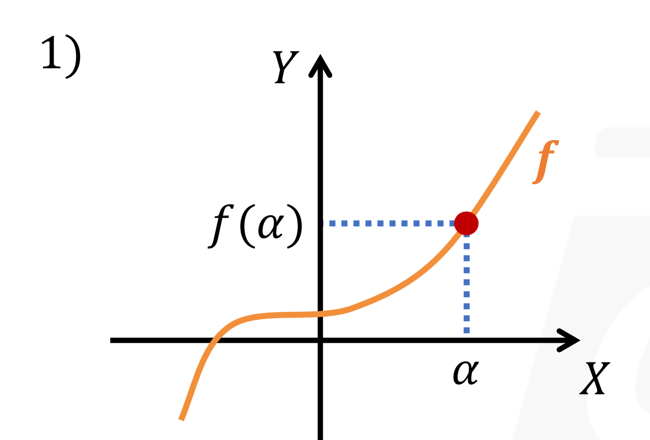


La gráfica de R no corresponde a una función.

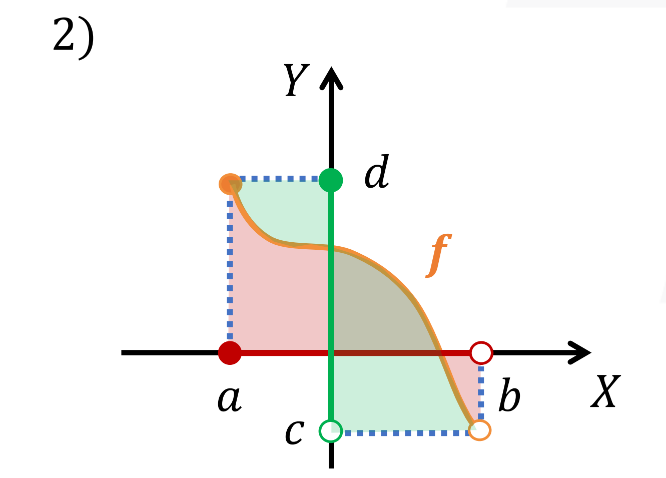


Observación

1)



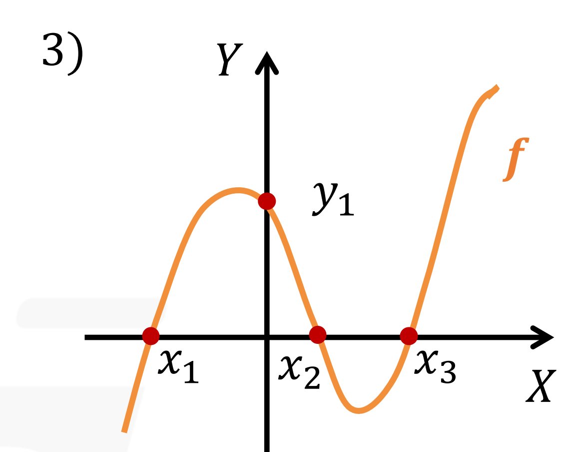
2)



Dom f $= [a; b\rangle$

Ran f $= \langle c; d]$

3)



Corte con el eje *Y*

$y_1 = f(0)$

Corte con el eje *X*

$f(x) = 0$

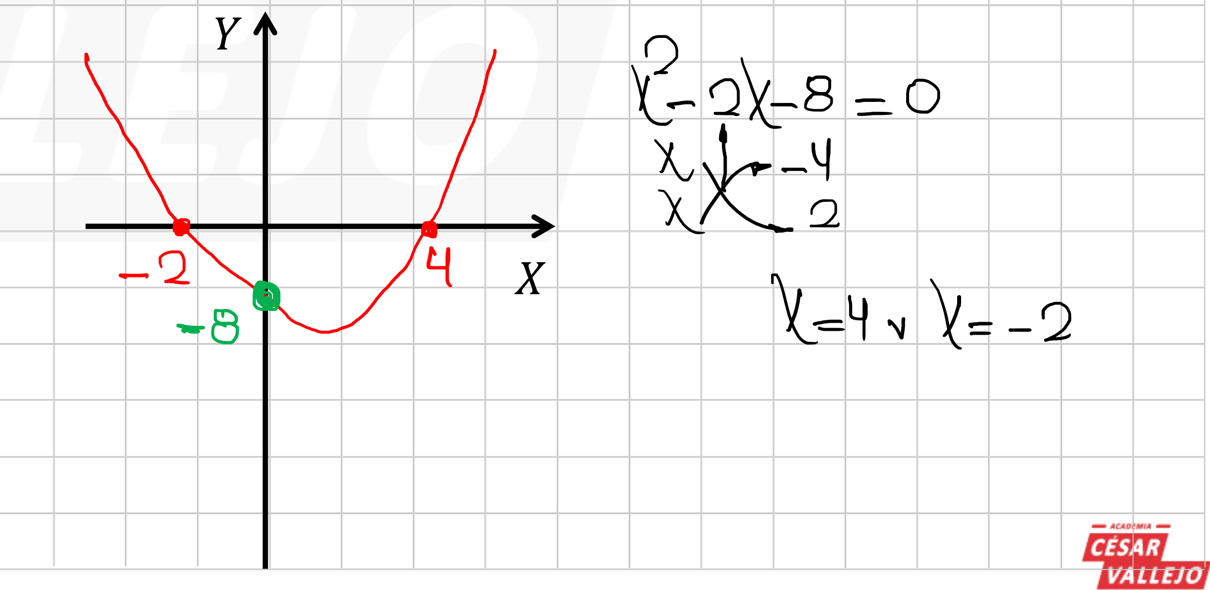
su CS $= \{x_1; x_2; x_3\}$

Ejercicio

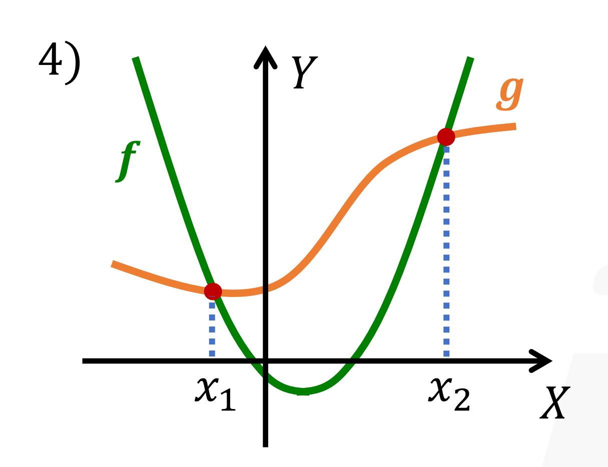
Grafique $f(x) = x^2 - 2x - 8$



Resolución



4)



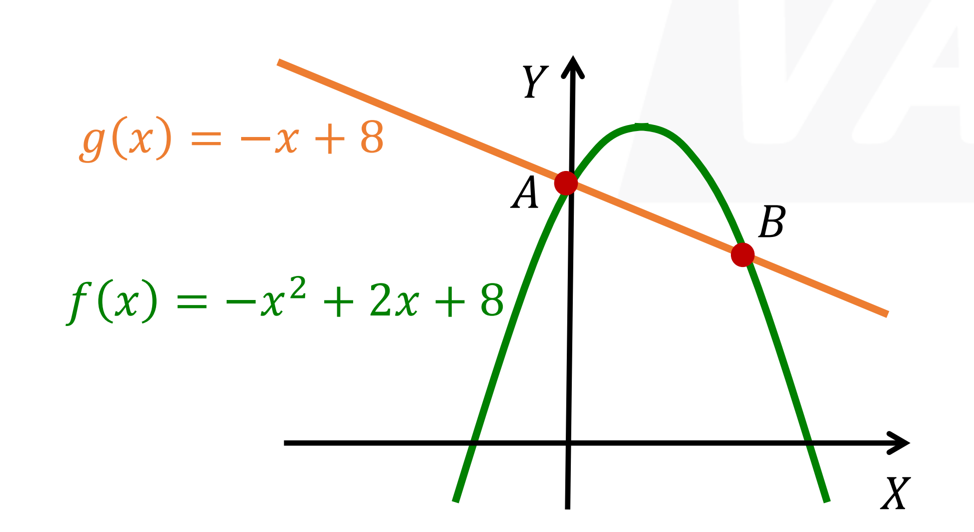
Corte entre f y g

$f(x) = g(x)$

su CS $= \{x_1; x_2\}$

Ejercicio

Halle los puntos de intersección (puntos en común A y B) entre las gráficas de f y g.



Resolución

Como las gráficas se intersectan se cumple $g_{(x)} = f_{(x)}$

$$-x+8 = -x^2+2x+8$$

$$x^2-3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0$$

$$x=0 \lor x=3$$

$g_{(x)} = -x+8$ para $x=0$: $g_{(0)} = 8$

$x=3$: $g_{(3)} = 5$

$\therefore A(0;8)$; $B(3;5)$

FUNCIÓN CONSTANTE

Regla de correspondencia:

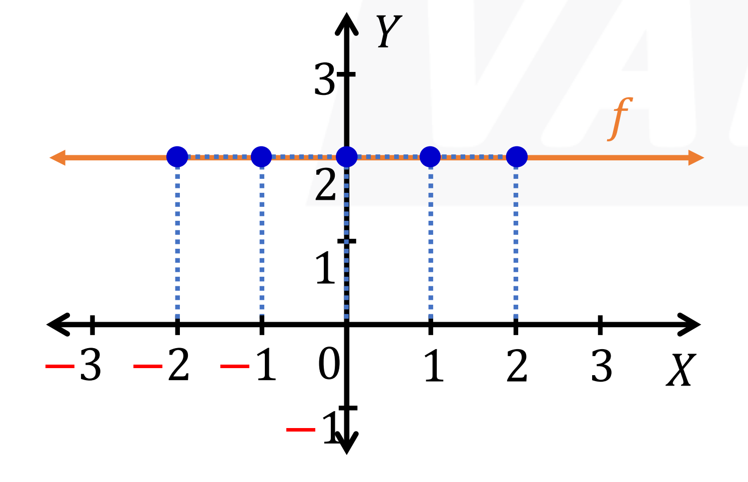
$$f(x) = k \qquad k \text{ es una constante}$$

- $\mathrm{Dom}f = \mathbb{R}$ (si no es dato) • $\mathrm{Ran}f = \{k\}$
- Su gráfica es una recta paralela al eje X

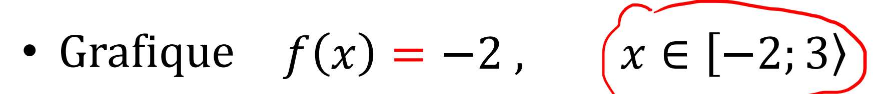
Ejemplos

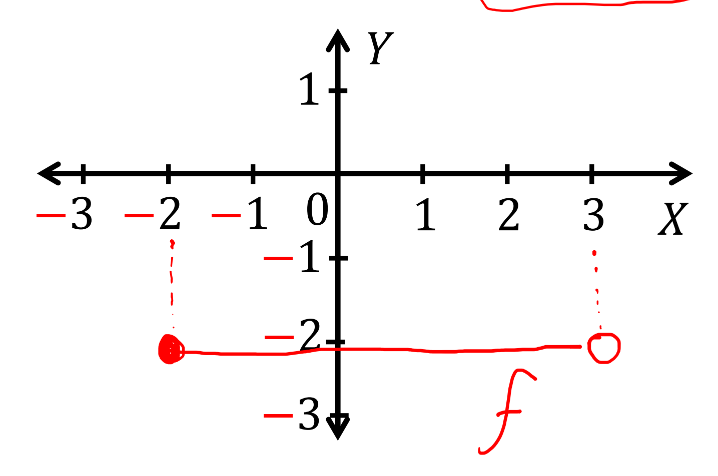
- Grafique $f(x) = 2$

x	$f(x)$
0	2
1	2
2	2
-1	2
-2	2

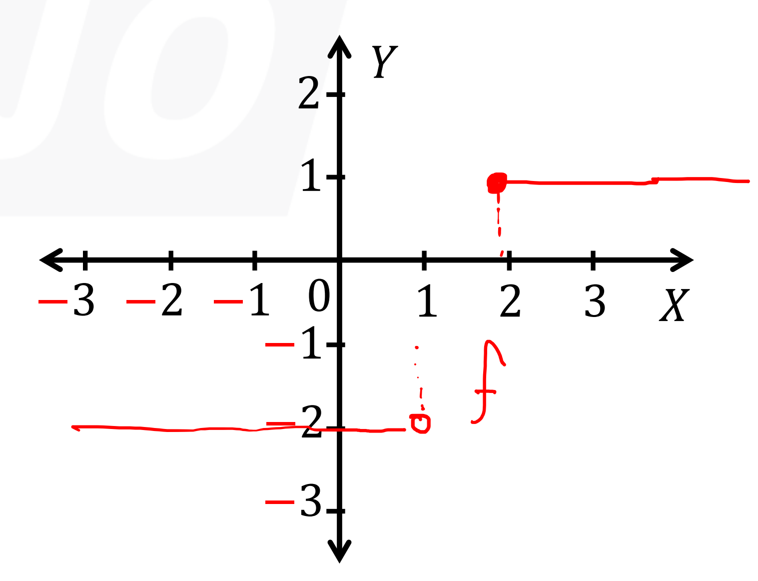


- Grafique $f(x) = -2$, $x \in [-2; 3\rangle$





- Grafique $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 2 \\ -2, & x < 1 \end{cases}$





FUNCIÓN LINEAL

Regla de correspondencia:

$$f(x) = ax + b \qquad a \neq 0$$

- Dom$f$ = $\mathbb{R}$ (si no es dato)
- Ran$f$ = $\mathbb{R}$
- Su gráfica es una recta no paralela a los ejes.
- Solo se necesita **dos puntos** para trazar una **recta**

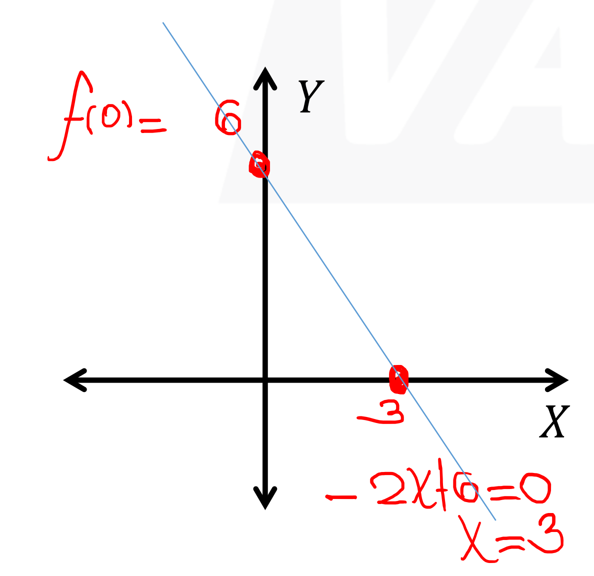
Ejemplo

- Grafique $f(x) = -2x + 6$

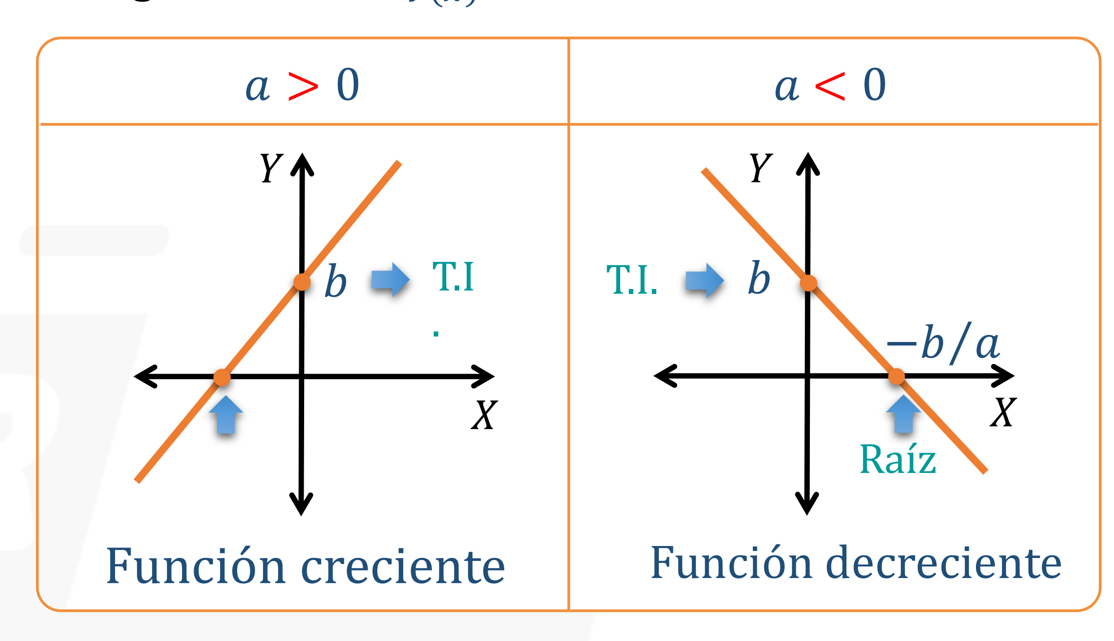
Resolución:

Tabulando

x	$f(x)$
0	6



En general: Sea $f_{(x)} = ax + b$; $a \neq 0$

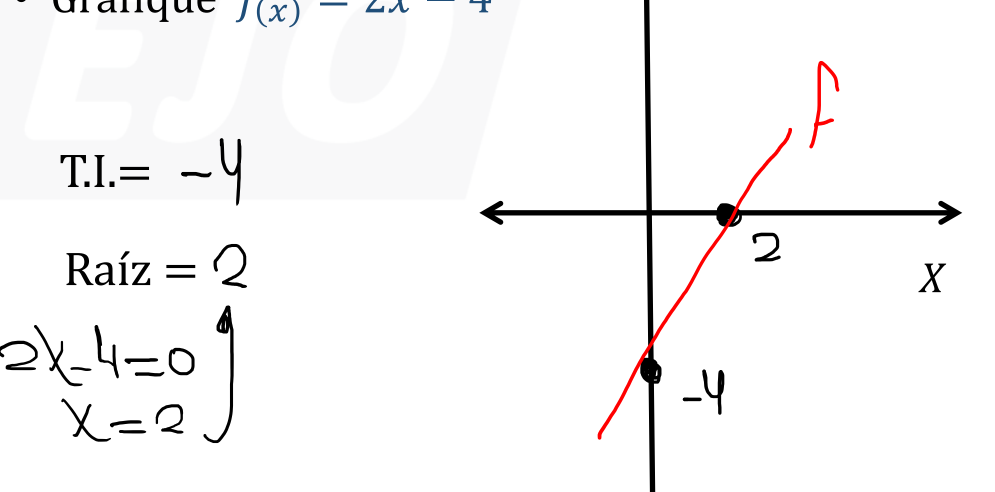


- Grafique $f_{(x)} = 2x - 4$

T.I.= −4

Raíz = 2

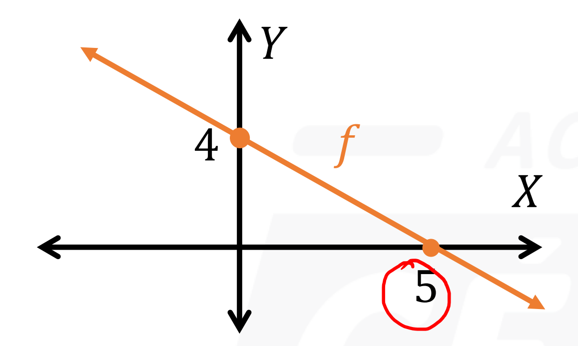
2x−4=0
x=2





Ejercicio

Determine $f(x)$ cuya gráfica es la siguiente



Resolución:

$f_{(x)} = ax + b$, $b \to 4$

$x = 5:\ f_{(5)} = 5a + 4 \Rightarrow a = -\frac{4}{5}$, $f_{(5)} = 0$

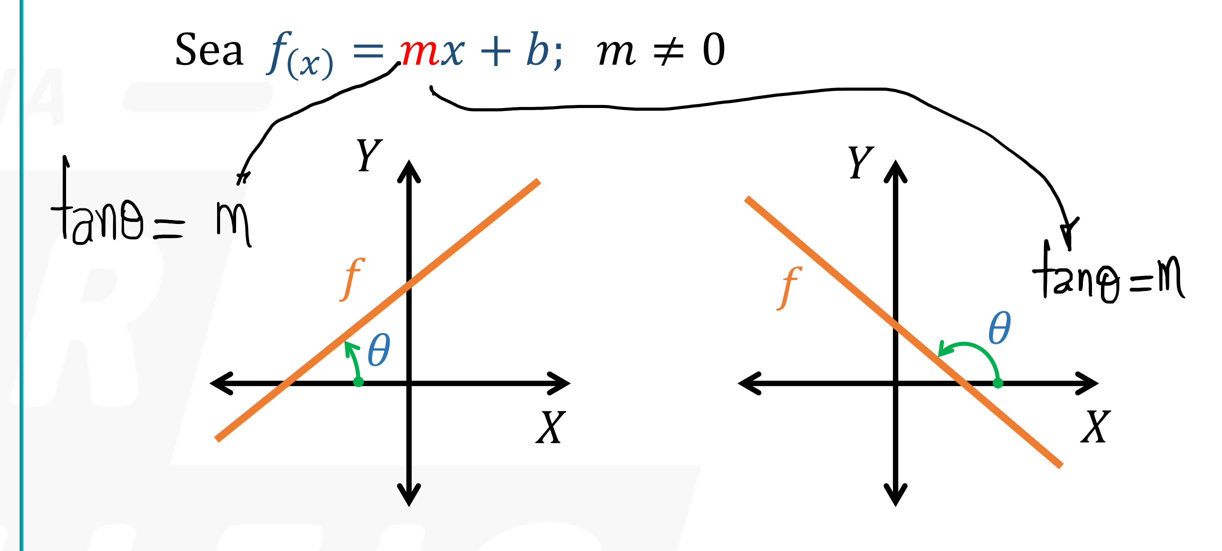
$\therefore\ y = -\frac{4}{5}x + 4$

Obs $\frac{4}{5}x + y = 4 \quad \div 4 \Rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 1$

Pendiente de la recta

Es la tangente del ángulo trigonométrico positivo formado por el eje X y la recta.

Sea $f_{(x)} = mx + b;\ \ m \neq 0$



Pendiente $= tan\ \theta$ $\rightarrow$ $m = tan\ \theta$

Observación :

Dos **rectas** son **perpendiculares**, si y solo si el **producto de sus pendientes es** -1



FUNCIÓN CUADRÁTICA

Regla de correspondencia:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \qquad a \neq 0$$

- $\text{Dom}f = \mathbb{R}$ (si no es dato)
- $\text{Ran}f \subset \mathbb{R}$
- Su gráfica es una parábola vertical.
- Para graficarlo es conveniente conocer las coordenadas de su vértice, para ello en $f(x)$ completemos cuadrados y se obtiene

$$f_{(x)} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

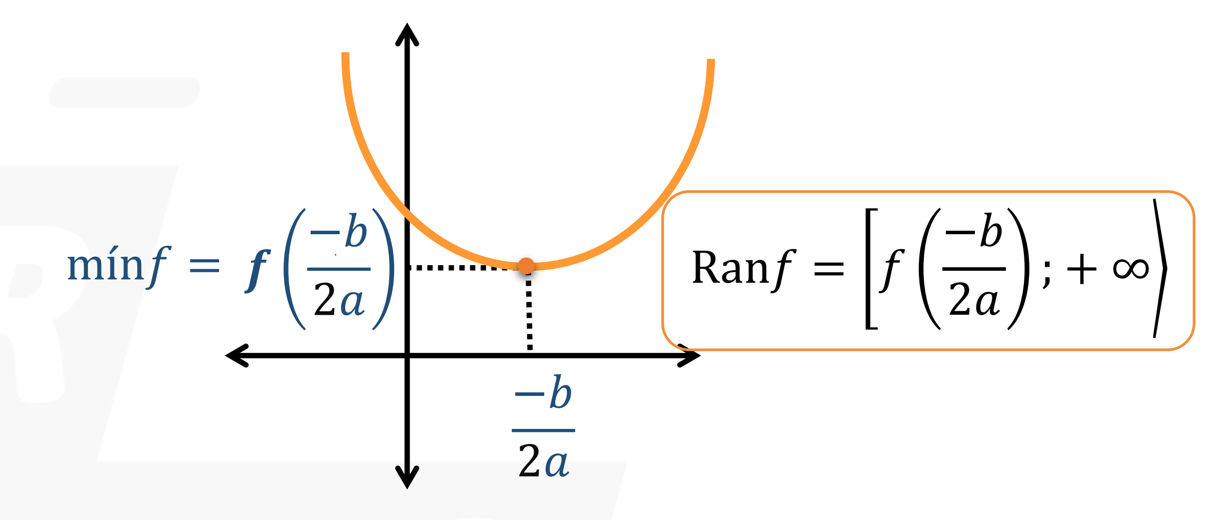
vértice: $V = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

equivalente $V = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\right)$

donde x_1 y x_2 son las raíces de $f(x)$

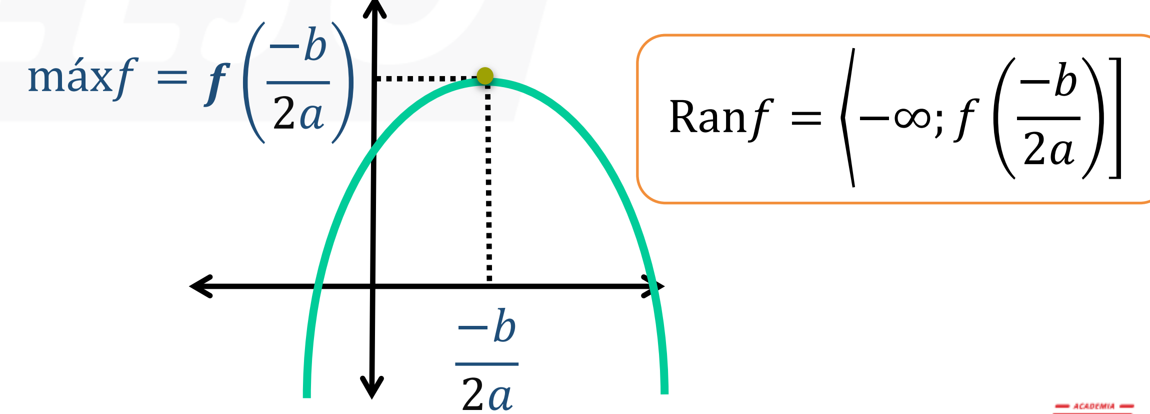
Grafiquemos considerando dos casos:

I) $a > 0$ Parábola cóncava hacia arriba



$\text{Ran}f = \left[f\left(\frac{-b}{2a}\right); +\infty\right\rangle$

II) $a < 0$ Parábola cóncava hacia abajo



$\text{Ran}f = \left\langle -\infty; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right]$



Ejercicio

Grafique $f(x) = x^2 - 4x - 5$

Resolución:

$x^2 - 4x - 5$

$x \quad -5$

$x \quad 1$

$x_1 = 5 \; ; \; x_2 = -1$

$\frac{x_1 + x_2}{2} = 2$

$(2; \quad)$

$f(2) = 2^2 - 4(2) - 5 \Rightarrow f(2) = -9$

Obs $f(x) = (x^2 - 4x \qquad) - 5$

$f(x) = 1(x^2 - 4x + 4 \quad) - 5 - 4$

$f(x) = 1 \cdot (x-2)^2 - 9$

Ejercicio

Halle los rangos de las siguientes funciones:

$f(x) = x^2 - 2x - 5, \qquad g(x) = -x^2 + 3x - 1$

Resolución:

Obs $f(x) = ax^2 + bx + c \; ; \; a \neq 0$

Si $a > 0 \Rightarrow R_f = [f(\frac{-b}{2a}); +\infty\rangle$

Si $a < 0 \Rightarrow R_f = \langle -\infty; f(\frac{-b}{2a})]$

$* \; g(x) = -x^2 + 3x - 1 \qquad a = -1 \wedge b = 3$

$g(\frac{-3}{2(-1)}) = g(\frac{3}{2}) = -(\frac{9}{4}) + 3(\frac{3}{2}) - 1$

$g(\frac{3}{2}) = \frac{5}{4}$

Luego $R_g = \langle -\infty; \frac{5}{4}]$

Propiedades:

Sea $f_{(x)} = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$

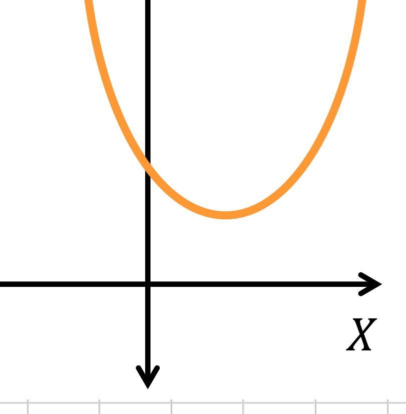
$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
Las raíces son reales diferentes	Las raíces son reales e iguales	Las raíces no son reales
$a > 0$; X ; x_1 ; x_2	$a > 0$; X ; $x_1 = x_2$	$a > 0$; X
x_1 ; x_2 ; X ; $a < 0$	$x_1 = x_2$; X ; $a < 0$	X ; $a < 0$

Ejercicio

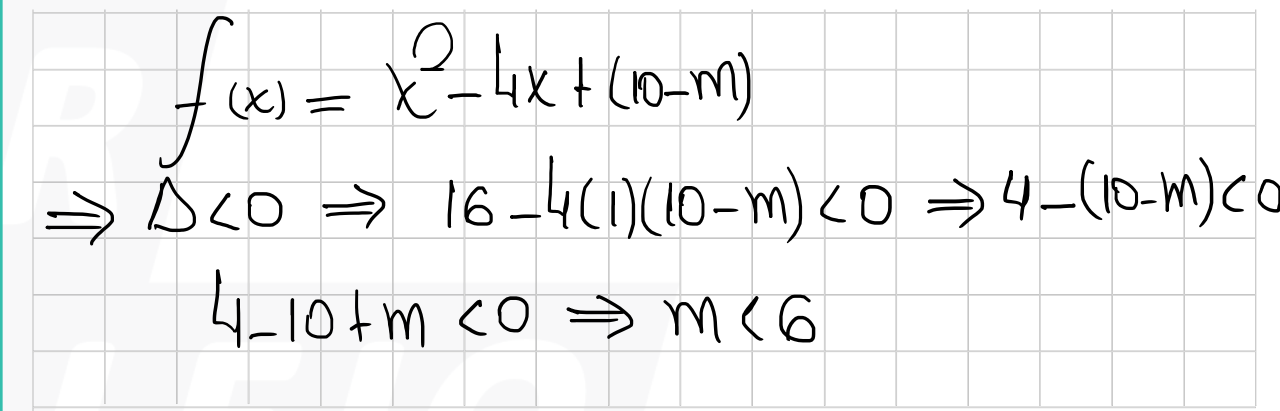
Según el gráfico de

$$f_{(x)} = x^2 - 4x - m + 10$$

Halle la variación de m.

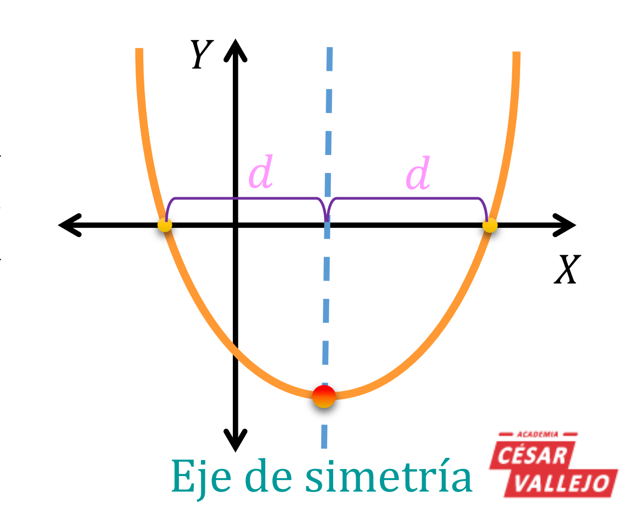


Resolución:



Observación

Si trazamos una recta vertical que pasa por el vértice, esta divide a la parábola en partes **simétricas**.



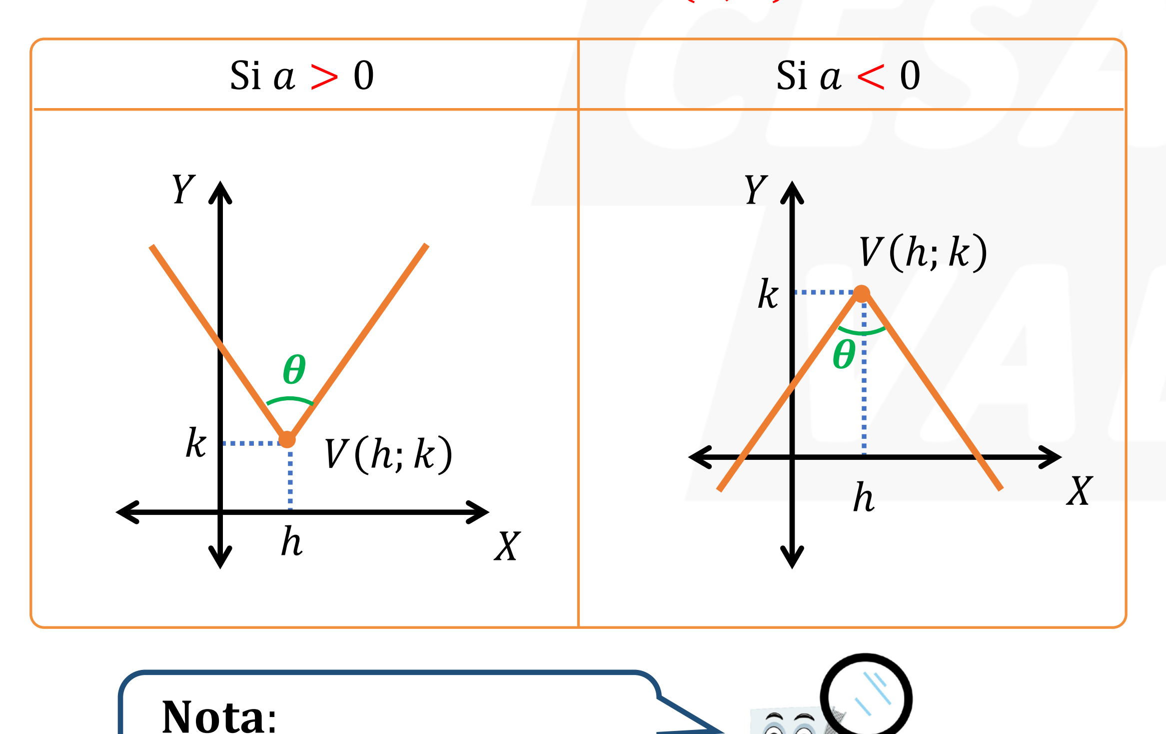
Eje de simetría

FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

Regla de correspondencia:

$$f(x) = a|x - h| + k \qquad a \neq 0$$

- $\text{Dom} f = \mathbb{R}$ (si no es dato)
- $\text{Ran} f \subset \mathbb{R}$
- Su gráfica tiene la forma de una uve cuyo vértice esta ubicada en $V = (h; k)$



Nota:
Si $a = \pm 1 \rightarrow \theta = 90°$

Ejercicio

Grafique $f(x) = -3|x - 1| + 6$

Resolución:

$-3|x-1|+6=0$

$|x-1| = 2$

$x-1=0$

$x=1$

$x=0: \ f(0) = -3|0-1|+6$

$f(0) = 3$

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS







academiacesarvallejo.edu.pe